## बृहन्मुंबई आणि पुणे जिल्हा गणित अध्यापक मंडळ गणित अध्ययन-अध्यापन विकसन संस्था, नाशिक Brihan Mumbai & Pune Jilha Ganit Adhyapak Mandal Ganit Adhyayan-Adhyapan Vikasan Sanstha, Nashik गणित प्रभुत्व स्पर्धा 8 M.P. Contest

Time : 12 to 2.00 Date: 9.2.2014 Maximum Marks: 100 **Instructions**: सूचना : प्रारंभी विचारलेली माहिती सुवाच्य अक्षरांत भरा. 1. Fill in every information asked for. 1. 2. Attempt all questions. 2 सर्व प्रश्न सोडवा. Write explanation in the blank space below 3. प्रत्येक प्रश्नाखाली सोडलेल्या जागेत खुलासा लिहा. 3. each question. 4. कच्च्या कामासाठी प्रत्येक प्रश्नाखाली दिलेली जागा वापरा. Use the blank space provided below each 4. questions for rough work. 5. एखाद्या प्रश्नाचे लिहिलेले उत्तर रद्द करून त्याचे उत्तर नव्याने 5. If you want to rewrite the solution of a लिहावयाचे असेल तर ते शेवटच्या कोऱ्या पानावर त्या प्रश्नाच्या question cancelling the original, write it on क्रमांकासह लिहावे. the last blank page. पूर्ण नाव : -(आडनाव) (मधले नाव) (नाव) शाळेचे नाव : -Full Name **IN CAPITALS**) (Surname) (Name) (Middle Name) Name of School परीक्षा बैठक क. पर्यवेक्षकाची स्वाक्षरी Seat Number **Invigilators Signature** प्र. क्रमांक 7 8 10 1 2 3 4 5 6 9 11 गुण 17 19 20 एकूण गुण प्र. कमांक 11 13 14 15 16 18 गुण

Q.1 729 या संख्येच्या सर्व विभाजकांचा गुणाकार  $3^{\alpha}$  या स्वरूपात लिहिला तर  $\alpha$  ची किंमत काढा. If the product of all divisors of 729 is written in the form of  $3^{\alpha}$ , find value of  $\alpha$ .

Q.2 xy (x - y) = 45045 ही अट पूर्ण करणाऱ्या x आणि y या नैसर्गिक संख्या अस्तित्वात आहेत का? तुमच्या उत्तराचे समर्थन करा.

Do there exist natural numbers x, y such that xy(x-y) = 45045? Justify your answer.

4

Q.3

 $1! = 1, 2! = 2 \times 1, 3! = 3 \times 2 \times 1, 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1,$  $\exists t N = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots 15!$  $\exists t N \notin N \notin I$  $1! = 1, 2! = 2 \times 1, 3! = 3 \times 2 \times 1, 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1,$ If  $N = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots 15$ , show that N is not a perfect square.

4

Q.4 एक वृत्तचिती वितळवून तिच्या व्यासाच्या 80% व्यासाचा एक शंकू तयार केला, तर वृत्तचितीच्या उंचीचे तयार केलेल्या शंकूच्या उंचीशी असलेले गुणोत्तर काढा.

A cylinder is melted and a cone is prepared such that the diameter of the cone is 80% of the diameter of the cylinder. Find the ratio of the height of the cylinder and the height of the cone.

4

Q.5  $\triangle ABC$  असा काढा की l (BC) = 6 सेमी. मध्यगा BE = मध्यगा CF = 5.5 सेमी. Construct  $\triangle ABC$  such that l (BC) = 6cm, median BE = median CF = 5.5 cm.

5

A CAP

Rough Work / कच्चे काम

Q.6 एक गाडी A या शहराकडून B या शहराकडे जाण्यासाठी काही सरासरी वेगाने निघाली. 60 किमी अंतर गेल्यावर, रस्ता खराब असल्यामुळे, तिला मूळ सरासरी वेगाच्या 2/3 पट वेगाने जावे लागले. त्यामुळे ती B या ठिकाणी 40 मिनिटे उशीरा पोहोचली. जर खराब रस्ता 90 किमी अंतर गेल्यावर लागला असता, तर ती B या ठिकाणी 20 मिनिटे उशीरा पोहोचली असती. तर त्या गाडीचा मूळचा सरासरी वेग किती होता?

A car left a city A towards city B at a certain average speed. After covering a distance of 60 km, due to bad road conditions, it had to travel at 2/3 of its original speed. Hence it reached city B 40 minutes late. Had the car met bad road conditions after covering 90 km, it would have reached city B 20 minutes late. What was the initial average speed of the car?

नेहाने 50 बहुपर्यायी प्रश्नांची एक परीक्षा दिली. तिने सर्व प्रश्न सोडवले होते. त्या परीक्षेत बरोबर उत्तरासाठी 3 गुण मिळणार होते आणि चुकीच्या उत्तरासाठी 1 गुण कमी होणार होता. निकालानंतर तिला मिळालेल्या गुणपत्रिकेत 120 गुण होते. ते पाहून, ''गुण मांडण्यात निश्चितपणे काही चूक झाली आहे'' असे ती म्हणाली. तिचे म्हणणे बरोबर होते की चूक हे सकारण लिहा.

4

Neha appeared for an examination and attempted all of the 50 multiple choice questions. Each correct answer was to gain 3 marks while each wrong answer would lose 1 mark. The result card showed that she secured 120 marks. She immediately said "the marks entered are wrong."

State, with reasons, whether Neha's conclusion was right or wrong.

Rough Work / कच्चे काम

Q.8  $x^2 - 3x + p$  आणि  $2x^2 + 5x + 3$  या दोन त्रिपदींचा एक अवयव सामाईक आहे, तर p ची किंमत काढा. If the trinomials  $x^2 - 3x + p$  and  $2x^2 + 5x + 3$  have one factor in common, find value of p.

5

एक मुद्दल काही दराने, चक्रवाढ व्याज पद्धतीने व्याज आकारणी केल्यास, 3 वर्षांत 50% ने वाढते. एका व्यक्तीने त्याच पद्धतीत त्याच दराने x रुपये 4 वर्षासाठी आणि y रुपये 7 वर्षांसाठी गुंतविले. त्याला मुदत अखेरीस 4 वर्षांनी आणि 7 वर्षांनी समान रक्कम मिळाली. तर x आणि y रकमांचे गुणोत्तर काढा.

5

Q.9

In a certain investment scheme, a certain sum at a certain rate of interest increases by 50% in three years when compounded annually. A person invested Rs x for 4 years and Rs y for 7 years in the scheme. He found that he received the same amounts at the end of respective periods. Find the ratio of x and y.

**Q.10** शेजारील उदाहरणातील प्रत्येक अक्षर भिन्न अंकासाठी वापरले आहे. उदाहरण सोडवा आणि प्रत्येक अक्षराची किंमत काढा.



5

Each letter in the adjacent sum is used for different digit. Solve the sum and find the value of each letter.



Q.11

आकृतीत रेख PQ|| रेख RS|| रेख BC||; रेख SD|| रेख QT || रेख AB आणि रेख RT|| रेख PD|| रेख AC. तर आकृतीतील त्रिकोणांची, समांतरभुज चौकोनांची आणि समलंब चौकोनांची संख्या लिहा. कोणत्या आकृतींची संख्या सर्वांत जास्त आहे? 5

In the adjoing figure, seg  $PQ\parallel$  seg  $BC\parallel$  seg RS; seg  $SD\parallel$  seg  $QT\parallel$  seg AB and seg  $RT\parallel$  seg  $PD\parallel$  seg AC. How many triangles, parallelograms and trapeziums are there in the figure? Which of them are maximum?

Q.12 7<sup>55</sup> या संख्येच्या दशक स्थानी व एकक स्थानी येणाऱ्या अंकांनी कोणती संख्या तयार होते?

Write the number formed by the digit at tens place and at the units place of the number  $7^{55}$ .

3

**Q.13** a, b, c, d या चार संख्या आहेत. a, b आणि c ची सरासरी d मध्ये मिळवली तर 37 ही संख्या मिळते. b, c आणि d ची सरासरी a मध्ये मिळवली तर 19 ही संख्या मिळते. c, d आणि a यांच्या सरासरीत b ही संख्या मिळवली तर 21 ही संख्या मिळते. d, a आणि b यांची सरासरी आणि c यांची बेरीज 25 येते. तर a, b, c आणि d च्या किंमती काढा.

a, b, c, d are numbers. The sum of d and the average of a, b, c is 37. The average of b, c and d is added to a, we get 19. The average of c, d and a is added to b, we get 21. The sum of c and the average of d, a and b is 25. Find a, b, c, d.

6

Rough Work / कच्चे काम

**Q.14** (CUT)<sup>2</sup> = TIGHT या उदाहरणात अंकाऐवजी अक्षरे वापरली आहेत. एका अक्षरासाठी एकच अंक वापरला आहे. भिन्न अक्षर भिन्न अंक दर्शवते. प्रत्येक अक्षराची किंमत काढा आणि दिलेले उदाहरण अंकांत लिहा.

 $(CUT)^2 = TIGHT$ . In this example letters are used for digits. The same letters denote the same digits and different letters denote different digits. Find the value of each letter and write the sum in digits.

6

Q.15 6 सेमी बाजू असलेल्या समभुज ΔABC च्या अंतर्भागात Q हा कोणताही एक बिंदू आहे. Q पासून ΔABC च्या प्रत्येक बाजूवर लंब टाकला, तर त्या सर्व लंबांच्या लांबींची बेरीज किती?

Q is any point in the interior of an equilateral  $\triangle ABC$  having side 6 cm. Perpendiculars are drawn to each side of  $\triangle ABC$  from the point Q. Find the sum of lengths of all perpendiculars.

6

Rough Work /कच्चे काम



शेजारील आकृतीत  $\Box$ PQRS हा आयत असून l(PS) = 5सेमी, l(PQ) = 4सेमी. बाजू PS वरील T हा असा बिंदू शोधा की रेषाखंड TR हा  $\angle QTS$  चा दुभाजक असेल.

4

In the adjacent figure,  $\Box PQRS$  is a rectangle. l(PS) = 5cm, l(PQ) = 4cm. Find the point T on the side PS such that segment TR is the bisector of  $\angle QTS$ .

Q.17  $(1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots 99^5 + 100^5)$  या संख्येला 4 ने भागल्यावर उरणारी बाकी काढा. Find the remainder when  $(1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots 99^5 + 100^5)$  is divided by 4.

6

**Q.18** दोन संख्यांचा लसावि आणि मसावि यांची बेरीज 592 असून त्यांच्यातील फरक 518 आहे. जर त्या दोन संख्यांची बेरीज 296 असेल तर त्या संख्या कोणत्या?

The sum and difference of the LCM and GCD of two numbers is 592 and 518 respectively. If the sum of the two numbers is 296, find the numbers.

6

Q.19 चार व्यापाऱ्यांकडे अनुक्रमे 8 माणके, 10 इंद्रनील, 100 मोती व 5 हिरे अशी मौल्यवान रत्ने होती. ते घनिष्ट मित्र असल्याने त्यांच्या पैकी प्रत्येकाने आपल्याकडील एकेक रत्न इतर तिघांना दिले व त्यामुळे प्रत्येकाजवळ असलेल्या रत्नांची एकूण किंमत समान झाली. जर प्रत्येक मोत्याची किंमत 100 रुपये असेल तर इतर रत्नांची प्रत्येकी किंमत किती होती ?

Four merchants were close friends. One of them had 8 rubies, the other had 10 saphires, the third had 100 pearls and the fourth friend had 5 diamonds. Each of them gave one gem to each of his friends. Hence the cost of the gems each one possessed became equal. If the cost of a pearl was Rs. 100/-. what was the cost of each ruby, saphire and diamond?

7

Rough Work / कच्चे काम

Q.20 एका बाटलीत शुद्ध ग्लिसरीन आहे. त्यातील 10% ग्लिसरीन काढून त्यात तेवढेच पाणी मिसळले. त्यानंतर त्यातील 10% मिश्रण काढून त्यात पुन्हा तेवढ्याच आकारमानाचे पाणी मिसळले. असेच आणखी एकदा केल्यानंतर मिश्रणातील ग्लिसरीन आणि पाणी यांचे प्रमाण किती असेल?

A bottle contains pure glycerin. 10% of it was taken out from the bottle and the same volume of water was added to the bottle. Again 10% of the mixture was taken out from the bottle and the same volume of water was added to the bottle. The same procedure was repeated one more time. What was the ratio of remaining glycerin and water in the bottle?

7